	UNIVERSITE PARIS 2 PANTHEON-ASSAS
Session	Mai 2018
Année d'étude	Première année de licence économie-gestion mention sciences économiques
Discipline	Mathématiques 2 (5232)
Titulaire du cours	Mme Morhaim
Durée	1h30
Documents et matériel autorisés :	Aucun document n'est autorisé. La caculatrice n'est pas autorisée.

Toute affirmation doit être justifiée.

Exercice 1

On considère les ensembles suivants. Représenter chacun d'eux dans un repère orthonormé et préciser pour chacun d'eux s'il est ou non : ouvert, fermé, borné, compact, convexe.

a) $E_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / -x + 2y - 1 > 0\}$

b) $E_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 10 < x^2 + y^2 + 1 \leq 17\}$

Exercice 2

1) Optimiser **par la méthode de Lagrange** la fonction $f(x, y) = x + 2y + 1$ définie sur $\mathbb{R}^2$ sous la contrainte $x^2 + 2y^2 - xy = 1$.

2) Que peut-on en déduire quant à l'optimisation de la fonction $f_1(x, y) = e^{x+2y+1}$ définie sur $\mathbb{R}^2$ sous la contrainte $x^2 + 2y^2 - xy = 1$?

Exercice 3

1) Les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général suivant convergent-t-elles ?

a) $u_n = \frac{(-1)^n}{2n}$

b) $u_n = 2 \times (-1)^n$

2) Donner le terme général des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

a) $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} + 7u_{n+1} + 10u_n = 0$

b) $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+2} + 7v_{n+1} + 10v_n = n + 4$

Exercice 4

1) Calculer $\int_1^2 2x^3(x^4 + 1)^3 dx$ (on pourra utiliser le changement de variable $t = x^4 + 1$).

2) a) Soit a et b deux réels tels que $a > 1$. Calculer $\int_1^a bx \ln(x) dx$ en fonction de a et b.

b) Rappeler la définition d'une densité sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. La fonction $f(x) = bx \ln(x)$ peut-elle être une densité sur $[1, 4]$?

On donne $\ln 2 = 0,6931$

c) Soit $k > 0$. La fonction f suivante peut-elle être une densité sur $\mathbb{R}$?

$$f(x) = \begin{cases} 1 + 4x & \text{si } x \in [0, k] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$