Université Paris II
L1 Economie et Gestion
Janvier 2018. 1h30

Mathématiques 1 (5098)
Cours de Mme HAYEK

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1

On considère la fonction f d'une variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 2x^2 - x - 1}{|x+1|}$$

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f?
b) Montrer que la limite de f quand x tend vers -1 n'existe pas.

Exercice 2

Etudier les extrema des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition qui sera à préciser:
a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$
b) $f(x) = -5\ln(x+1) + 8x^2$.
c) $f(x) = \sqrt{3x^2+1} - 3x^2$.

Exercice 3

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x + \ln 5 - \ln(5 - x^2)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ?
b) Montrer que f est continue sur $D_f \setminus \{0\}$.
c) Calculer la limite de f quand x tend vers 0 et montrer que f est continue en 0.
d) Montrer que f est dérivable sur $D_f \setminus \{0\}$ et calculer $f'(x)$ pour $x \neq 0$.
e) Montrer que f est dérivable en 0 en utilisant la définition. Que vaut donc $f'(0)$?
f) Enoncer le théorème des Accroissements finis.
g) Peut-on appliquer ce théorème à la fonction f sur $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$? Et sur $[0,2]$?

Exercice 4

On considère la fonction de deux variables f définie par:

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2}$$

a) Quel est l'ensemble de définition D_f de f?
b) Montrer que f est homogène sur $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$ et trouver son degré d'homogénéité.
c) Calculer les dérivées partielles de f sur $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$.
d) Calculer la différentielle de f en $(1,1)$ notée $df(1,1)$.
e) Donner une valeur approchée de $f(1,06;1,01)$ à l'aide de $df(1,1)$.