

## Economie de l'incertain et de l'information L3 (4304)

Durée de l'épreuve: 3h - Aucun document ni calculatrice ne sont autorisés

### Exercice 1

Considérons un individu possédant une voiture de valeur  $v$  (il ne possède pas d'autre richesse). Avec une probabilité  $1/4$  l'individu a un accident détruisant sa voiture (dans ce cas il perd  $v$ ) et avec une probabilité  $3/4$  il n'a pas d'accident.

Cet individu a la possibilité de contracter une assurance lui permettant de toucher une indemnité  $z$  (avec  $z \leq v$ ) en cas d'accident seulement. Pour bénéficier de cette couverture il devra payer une prime d'assurance  $b = \beta z$  avec  $\beta > 0$  le "prix unitaire" de l'assurance. Nous supposons que  $\beta \geq 1/4$ . La fonction d'utilité élémentaire de l'individu est  $u(x) = x^\alpha$  avec  $\alpha > 0$ .

1) Ecrivez la richesse de l'individu en fonction de  $z$ , de  $v$  et de  $\beta$  lorsque ce dernier a un accident et lorsqu'il n'en a pas. Déduisez-en la loterie à laquelle l'individu fait face pour un niveau donné de  $z$ .

L'individu est libre de choisir le niveau d'indemnité  $z \in [0, v]$  qu'il désire.

2) Supposons que  $\alpha = 4$ , quel montant  $z$  l'individu choisira-t-il? Expliquez le résultat obtenu en vous appuyant sur des arguments économiques.

3) Supposons maintenant que  $\alpha = 1/2$ , quel montant  $z$  l'individu choisira-t-il?

### Exercice 2

Supposons qu'un individu ait le choix entre un actif sans risque dont le taux de rendement  $i$  est nul ( $i = 0$ ), et un actif risqué dont le taux de rendement est  $+\tau$  avec une probabilité  $\pi$  et  $-\tau$  avec une probabilité  $1 - \pi$ . L'individu a une richesse initiale  $w$  qu'il partage entre les deux actifs tel que  $a + m = w$  (on note  $a$  l'investissement en actif risqué et  $m$  l'investissement en actif sans risque). Les préférences de l'individu sont décrites par la fonction d'utilité  $u(x)$ .

1) Dans cette question (et uniquement dans cette question) nous supposons que  $\pi = 1/2$ . Quel montant  $a^*$  un individu risquophobe choisira-t-il d'investir dans l'actif risqué? Même question dans le cas d'un individu risquophile. Justifiez soigneusement vos réponses (une attention particulière sera portée à la précision de votre raisonnement).

2) Ecrivez l'espérance d'utilité de l'agent uniquement en fonction de  $u(\cdot)$ ,  $\pi$ ,  $w$ ,  $\tau$  et  $a$ .

3) Supposons que  $u(x) = \ln(x)$ ,  $w = 20$  et  $\tau = 0.5$ .

3.a) Déterminez les valeurs de  $\pi$  pour lesquelles l'individu investira toute sa richesse en actif sans risque.

3.b) Déterminez les valeurs de  $\pi$  pour lesquelles l'individu investira toute sa richesse en actif risqué.

### Exercice 3

Un producteur (principal) vend une unité de bien dont la qualité est notée  $q$  et le prix  $p$  à un acheteur (agent). La production d'une unité de bien de qualité  $q$  coûte  $C(q) = q^2/2$ . Le profit du producteur (qui correspond à son utilité) est:

$$\pi(p, q) = p - C(q)$$

Il existe deux types d'acheteur (indexés par  $i \in \{1, 2\}$ ) se différenciant par leur propension à payer pour la qualité. L'utilité d'un travailleur de type  $i$  est:

$$u_i(q, p) = q - \alpha_i \cdot p$$

où  $\alpha_i$  mesure la propension à payer pour la qualité et  $\alpha_1 > \alpha_2$ . La proportion d'acheteurs de type 1 est notée  $\lambda \in [0, 1]$ . Enfin, nous supposons que les deux types d'acheteurs ont une utilité de réservation égale à 0.

1) Considérons le cas d'information symétrique. Posez le problème du producteur et déterminez le contrat optimal offert à chaque type d'acheteur.

2) Considérons (à partir de cette question) le cas d'information asymétrique. Montrez que si le producteur offre les mêmes contrats que ceux proposés à la question précédente, les deux types d'agent choisiront le même contrat. Expliquez ce résultat en vous appuyant sur un raisonnement précis et argumenté.

3) Posez le problème du producteur si il souhaite inciter chaque type d'agent à choisir le contrat qui lui est destiné. On ne vous demande pas de le résoudre.

4) A l'optimum, la contrainte d'incitation des acheteurs de type 2 est saturée. Utilisez cette information pour montrer que, pour que les acheteurs de type 1 participent, le principal est obligé de laisser une utilité positive aux acheteurs de type 2.

5) A l'optimum, la qualité offerte aux acheteurs de type 2 sera-t-elle supérieure, inférieure ou égale à celle qui leur était offerte en situation d'information symétrique? Expliquez en vous appuyant sur un raisonnement précis et argumenté.