

Session :	Mai 2018.
Année d'étude :	Première année de licence économie-gestion mention économie et gestion.
Discipline :	Statistiques 2 (Unité d'Enseignements Fondamentaux 2).
Titulaire du cours :	M. Lorenzo BASTIANELLO.
Document(s) autorisé(s) :	Calculatrice autorisée. Le téléphone portable n'est pas autorisé comme calculette. Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance.

*Examen de Statistiques 2 (5299)***Indications et consignes :**

- La qualité de la présentation et la tenue de la copie peuvent faire l'objet de points négatifs.
- Toutes communications, quelle que soit leur nature, sont interdites.
- *Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.*

1. (4 points) Considérons le jeu de 52 cartes où chaque carte est caractérisée par un rang ("As", 2, 3, ..., 10, "Valet", "Dame", "Roi") et une couleur ("Pique", "Carreau", "Cœur", "Trèfle"). On tire simultanément 2 cartes. Décrire Ω , et calculer son cardinal. Soit A l'événement "obtenir exactement deux dames". Calculer $P(A)$.

2. (4 points) Soit X la variable aléatoire discrète de loi $X = \left\{ \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{array} \right\}$

- Donner la définition de $\mathbb{E}(X)$.
- Soient $a, b \in \mathbb{R}$, et $Y := aX + b$. Écrire la loi de Y et montrer que $\mathbb{E}(Y) = a\mathbb{E}(X) + b$.

3. (3 points) Soient A et B deux événements tels que $0 < P(A) < 1$ et $0 < P(B) < 1$. Justifier soigneusement chaque réponse.

- Si $A \cap B = \emptyset$, est-ce que A et B peuvent être indépendants ?
- Si A et B sont indépendants est-ce que l'on peut avoir $A \cap B = \emptyset$?
- Si $A \subset B$, est-ce que A et B peuvent être indépendants ?

4. (5 points) Dans un casino il y a trois types de machines à sous : le type A (80% de machines du casino), le type B (15%) et le type C (5%). Si un client joue avec A, il gagne avec probabilité 0.1, s'il joue avec B il gagne avec probabilité 0.3, s'il joue avec C il gagne avec probabilité 0.5.

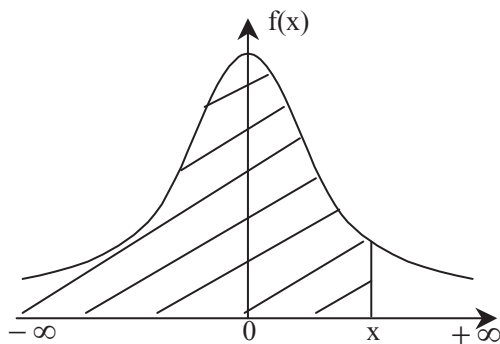
- Les clients ne peuvent pas distinguer les différents types de machines. Si un client joue une fois, quelle est la probabilité qu'il gagne ? Si un client joue une fois et gagne, quelle est la probabilité qu'il ait joué avec la machine à sous du type A ?
- Un client choisit une machine à sous et décide de jouer 10 fois (les gains se produisent de façon indépendante). Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où il gagne. Quelle loi suit X ? En moyenne, combien va-t-il gagner s'il choisit la machine de type A ?

5. (4 points) Pour être un membre de l'organisation MENSA il faut avoir un QI (Quotient Intellectuel) plus élevé que celui de 98% de la population. Si le QI suit une loi normale avec moyenne $\mu = 100$ et écart-type $\sigma = 16$, quel est le QI minimal pour accéder au MENSA ? (Voir les tables de la normale)

Trois psychologues mesurent le QI d'un patient choisi au hasard dans une population. Les psychologues agissent de manière indépendante (le QI de la même personne pourrait être mesuré plusieurs fois). Quelle est la probabilité que les trois personnes consultées par les psychologues soient membres du MENSA ? (Considérer X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes qui sont membres du MENSA).

Loi Normale centrée réduite

Probabilité de trouver une valeur inférieure à x.



$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Table pour les grandes valeurs de x :

x	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4	4,6	4,8
F(x)	0,99865003	0,99931280	0,99966302	0,99984085	0,99992763	0,99996831	0,99998665	0,99999458	0,99999789	0,99999921