

Université Paris II  
L1 Economie et Gestion  
Janvier 2016. 1h30

Mathématiques 1  
Cours de Mme HAYEK

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

### Exercice 1

On considère la fonction  $f$  d'une variable réelle définie par :  $f(x) = 2 \ln(x-2) - x^2 + 10$ .

- Quel est l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ ?
- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-2)}{x^2}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- Montrer que  $f$  est strictement concave sur  $]2, +\infty[$ .
- Etudier les extrema de  $f$  sur  $]2, +\infty[$ .
- Etudier les extrema de  $f$  sur  $[10, 20]$ .

### Exercice 2

Etudier les extrema des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition:

- $f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x$ .
- $f(x) = x \ln x - 5$ .

### Exercice 3

On considère la fonction  $f$  d'une variable réelle définie sur son ensemble de définition par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + \ln 4 - \ln(4-x^2)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
- Calculer la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers 0,  $f$  est elle continue en 0 ?
- Montrer que  $f$  est dérivable pour  $x \neq 0$  et calculer  $f'(x)$  pour  $x \neq 0$ .
- Montrer que  $f$  est dérivable en 0 en utilisant la définition. Que vaut donc  $f'(0)$  ?

**Exercice 4** On considère la fonction de deux variables  $f$  définie par:

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2}$$

- Quel est l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ ?
- Calculer les dérivées partielles de  $f$  sur  $D_f$ .
- Calculer la différentielle de  $f$  en  $(1, 1)$  notée  $df(1, 1)$ .
- Donner une valeur approchée de  $f(1,06; 1,01)$  à l'aide de  $df(1, 1)$ .