Université PANTHÉON-ASSAS (PARIS II) U.E.F.1/5009

Droit-Economie-Sciences Sociales ASSAS

Session: Janvier 2018.

Année d'étude: Deuxième année de Licence économie-gestion mention économie et gestion.

Discipline: **Statistiques 3** (Unité d'Enseignements Fondamentaux 1).

Titulaire du cours: M. Youcef ASKOURA.

Document(s) autorisé(s) : Calculatrice NON autorisée.
Documents interdits, ainsi que tout appareil électronique permettant une connexion à distance quelconque.

Examen de Statistique 3 (5009): session Janvier 2018

La calculatrice étant interdite, les résultats peuvent être laissés en fractions simplifiées.

Exercice 1. (1 pts) (Répondre sans justifier)
1. Considérons une loi de probabilité sur $\Omega = \{A,\ B,\ C,\ D,\ E\}$ telle que $P(\{A\}) = P\{B\} = P\{C\} = \frac{1}{3}$. On supposera que la tribu considérée sur Ω est la tribu discrète, ainsi tous les sous-ensembles de Ω sont mesurables (sont des éléments de la tribu considérée sur Ω). Donner $P(\{A, D, E\})$.

2. (vrai ou faux) : Soit $(\Omega, \mathscr{C}, P)$ un espace probabilisé et X une variable aléatoire réelle sur $(\Omega, \mathscr{C}, P)$. Alors, il n'existe pas de relation entre la loi de probabilité P_X de X et loi de probabilité P donnée sur $(\Omega, \mathscr{C})$.

Exercice 2. (1,5 pts)
Dans un pays la proportion de fumeurs est de 30% et celle des personnes parlant une langue étrangère est de 40%.
a) Dans quels cas suivants fumer est-il indépendant de parler une langue étrangère?
1) La proportion de fumeurs parlant une langue étrangère est de 12%.
2) Parmi les fumeurs 40% parlent une langue étrangère.
3) Parmi ceux parlant une langue étrangère 20% sont fumeurs.
b) "Fumer" est-il incompatible avec "parler une langue étrangère" en 1), 2) et 3)?

Exercice 3. (2,5 pts)
On admet que sur une portion de route donnée deux accidents sur trois sont causés par la consommation d'alcool (dépassant les doses autorisées). Ceci signifie que si un accident se produit, alors la probabilité qu'un conducteur alcoolisé soit impliqué dans celui-ci est de 2/3. On estime par ailleurs que la probabilité d'avoir un accident sur cette portion de route est de 1% et que 5% des automobilistes empruntant cette route sont alcoolisés. On arrête par hasard un conducteur s'apprêtant à prendre cette route :
Sachant qu'il est alcoolisé (en quantité dépassant la dose autorisée), calculer la probabilité qu'il ait un accident sur cette route. En déduire la probabilité qu'il n'ait pas d'accident sur cette route.

Exercice 4. (2,5 pts) Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} \text{ si } x \in [0; e-1], \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

Soit X une variable aléatoire ayant pour densité la fonction f précédente. On pose $Y = 3X + 1$.
1) Calculer $E(Y)$. 2) Donner la densité de Y.

Exercice 5. (2,5 pts)
Considérons une variable aléatoire X suivant la loi de probabilité suivante :
$P(X = 0) = \frac{1}{5}$, $P(X = 1) = P(X = 2) = \frac{2}{5}$. On donne une deuxième variable aléatoire Y telle que $E(Y/X = 0) = 0$, $E(Y/X = 1) = 2$, $E(Y/X = 2) = 3$ et $V(Y) = 3$.
1) Calculer $E(Y)$. 2) Calculer $V[E(Y/X)]$. 3) En déduire $E[V(Y/X)]$.